

ACERCA DA QUANTIDADE DE SIMULAÇÕES ESTOCÁSTICAS DE VAZÃO NO CONTEXTO DO PLANEJAMENTO ENERGÉTICO

Daniel Henrique Marco Detzel
Lucio de Medeiros
Ana Paula Oening
Débora Cíntia Marcilio
Frank Toshioka

Institutos Lactec

RESUMO

Este artigo objetivou fazer uma análise a respeito da quantidade de séries sintéticas de vazão a serem geradas por modelos estocásticos, visando aplicações para o planejamento energético do Sistema Elétrico Brasileiro (SEB). O foco das análises foi o máximo déficit acumulado (MDA), calculado de forma a considerar a regularização de 90% da vazão média de longo termo em 14 reservatórios que fazem parte do Sistema Interligado Nacional (SIN). Essa taxa é associada ao suprimento necessário para atender um período crítico máximo de 5,9 anos, condizente com o que se pratica no SEB. As séries sintéticas mensais, para elas, foram geradas por meio de um modelo autorregressivo de médias móveis contemporâneo (CARMA), não sazonal, e multivariado. Trabalhou-se com 19 conjuntos com variados números de séries sintéticas em cada usina. Ao final do processo, determinaram-se os MDA médios e os intervalos de confiança para cada uma. Os resultados se mostraram diversos para as usinas consideradas com Camargos e Manso, requerendo 6.000 séries sintéticas para uma boa representatividade do MDA. Foz do Areia, por outro lado, precisou de apenas 2.000 séries. Ainda assim, para a representação de estatísticas menos críticas, um número menor de cenários pode ser considerados, desde que superior a 1.000 séries.

Palavras-chave: Séries sintéticas, Modelos estocásticos, Máximo déficit acumulado.

ABSTRACT

This paper analyzed the number of synthetic streamflow series to be generated by stochastic models, aiming at energy planning applications for the Brazilian Electric System (SEB). The maximum accumulated deficit (MDA) statistic was considered as main metric, calculated to regularize 90% of the streamflow long-term mean in 14 reservoirs, all members of the National Interconnected System (SIN). This rate is

associated with the supply required to meet a 5.9 years-long critical period, consistent with what is practiced in the SEB. A non-seasonal multi-site contemporaneous autoregressive moving average (CARMA) model was applied to generate the monthly synthetic series. An experiment with 19 sets of synthetic scenarios to each reservoir was conducted, from which average MDAs and confidence intervals were obtained. Overall, the results were diverse, with Camargos and Manso power plants requiring 6.000 synthetic series for a proper MDA representation. On the other hand, Foz do Areia needed only 2.000 scenarios. Nonetheless, fewer synthetic series can be considered in representing less critical statistics, as long as respecting a 1.000 sequences lower limit.

Keywords: Synthetic series, Stochastic models, Maximum accumulated deficit.

1. INTRODUÇÃO

A incerteza inerente às vazões dos rios fez com que modelos estocásticos se popularizassem entre pesquisadores interessados em melhor conhecer essas séries. Em particular, modelos de geração de séries sintéticas se mostraram úteis no planejamento e operação de grandes sistemas hídricos. O Sistema Elétrico Brasileiro (SEB), predominantemente hidrelétrico, usufrui de modelos de planejamento como o Newave (CEPEL, 2006) e o Decomp (CEPEL, 2004) que usam essa solução através do modelo GEVAZP (CEPEL, 2002).

Paralelamente à definição da técnica mais apropriada para a modelagem, há uma questão pouco abordada, porém de grande importância: qual é a quantidade de séries sintéticas de vazão a ser gerada? A resposta a essa questão é norteada por dois aspectos opostos: (i) um número pequeno de séries pode não ser representativo da vazão afluente do rio considerado e (ii) uma quantidade excessivamente grande de séries sobrecarrega os modelos computacionais e produz informações ambíguas acerca da série estudada.

Na literatura é possível encontrar trabalhos que consideram uma grande variedade de quantidade de séries sintéticas. Maheepala e Perera (1996), por exemplo, geram apenas 25 séries sintéticas (base mensal), enquanto que Vogel e Stedinger (1988) geram 10.000 realizações (base anual). O modelo GEVAZP trabalha com até 2000 séries (base mensal). Poucos trabalhos, no entanto, se preocupam em justificar a quantidade de cenários adotada, o que sugere que essa é uma questão subjetiva e que fica a critério do pesquisador responsável.

A exceção é o estudo de Guimarães e Santos (2011), que apresenta uma análise específica sobre esse problema. Os autores utilizaram como critério a capacidade de armazenamento de um reservatório associada a níveis de confiabilidade para o atendimento à de-

manda. A análise foi feita por meio da geração de diversos conjuntos de séries sintéticas em base mensal e da subsequente determinação dos volumes armazenados para cada um. Avaliando-se os desvios-padrão das estimativas calculadas, a conclusão foi que 1200 cenários eram suficientes para representar a variável considerada.

Motivado pelas ideias expostas no artigo supramencionado, o presente trabalho tem por objetivo investigar a questão proposta usando um critério baseado na estatística de máximo déficits acumulados (MDA). Muito adotado para o dimensionamento de reservatórios, o MDA é aqui empregado como métrica representativa do período crítico da série de aflúncias, notadamente relevante no contexto do planejamento energético. Para tanto, são consideradas séries mensais de aflúncias a 14 usinas hidrelétricas do Sistema Interligado Nacional (SIN). Os cenários sintéticos para elas foram gerados por meio de um modelo autorregressivo de médias móveis contemporâneo (CARMA), não sazonal e multivariado. Ao final, intervalos de confiança são determinados para os MDAs sintéticos obtidos, os quais são utilizados nas análises para definição da quantidade de séries sintéticas a serem geradas.

2. MÉTODOS DE ANÁLISE

2.1 Modelo estocástico de geração

Em se tratando de séries de vazões mensais, a sazonalidade é uma característica de grande relevância na escolha do modelo de geração. Pode-se agrupar as soluções em dois caminhos: (i) utilizar formulações sazonais ou periódicas, que contam com parâmetros específicos para modelar a sazonalidade, ou (ii) dessazonalizar as séries antes de submetê-las a uma formulação não sazonal. O caminho (i) é, por exemplo, utilizado no modelo GEVAZP, que emprega um equacionamento periódico autorregressivo de ordem p [PAR(p), CEPEL, 2002]. No presente artigo, entretanto, opta-se pelo caminho (ii), partindo-se da remoção da sazonalidade da série através da equação (1):

$$z_{t,m}^{(k)} = \frac{x_{t,m}^{(k)} - \hat{\mu}_m^{(k)}}{\hat{\sigma}_m^{(k)}} ; k = 1, 2, \dots, K; t = 1, 2, \dots, n/12; m = 1, 2, \dots, 12 \quad (1)$$

onde $x_{t,m}^{(k)}$ é a série histórica da usina k , no tempo t e mês m , $\hat{\mu}$ e $\hat{\sigma}$ são a média e o desvio padrão amostrais para o mês m , respectivamente, n é o tamanho das séries e K é a quantidade total de usinas envolvidas no estudo.

Embora o processo de dessazonalização das séries seja feito individualmente por usina, o modelo de geração é multivariado. Utilizou-se o modelo autorregressivo de médias móveis contemporâneo com ordens p e q [CARMA(p,q), Hipel e McLeod, 1994]. O CARMA(p,q)

é definido pela equação (2):

$$\boldsymbol{\varphi}^{(k)}(B)\mathbf{Z}_t = \boldsymbol{\theta}^{(k)}(B)\mathbf{A}_t; t = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

onde \mathbf{Z}_t é a matriz de séries históricas de vazão dessazonalizadas $\mathbf{Z}_t = (z_t^{(1)}, z_t^{(2)}, \dots, z_t^{(k)})'$, \mathbf{A}_t é a matriz de resíduos associados às séries históricas $\mathbf{A}_t = (a_t^{(1)}, a_t^{(2)}, \dots, a_t^{(k)})'$, $\boldsymbol{\varphi}^{(k)}$ é o k -ésimo operador AR de ordem p [$p = \max(p^{(1)}, \dots, p^{(k)})$], sendo $\boldsymbol{\varphi}^{(k)}(B) = 1 - \varphi_1^{(kk)} B - \varphi_2^{(kk)} B^2 - \dots - \varphi_p^{(kk)} B^p$ e $\boldsymbol{\theta}^{(k)}$ é o k -ésimo operador MA de ordem q [$q = \max(q^{(1)}, \dots, q^{(k)})$], sendo $\boldsymbol{\theta}^{(k)}(B) = 1 - \theta_1^{(kk)} B - \theta_2^{(kk)} B^2 - \dots - \theta_q^{(kk)} B^q$. Como sugerem os índices dos polinômios $\boldsymbol{\varphi}^{(k)}(B)$ e $\boldsymbol{\theta}^{(k)}(B)$, no modelo contemporâneo as matrizes-parâmetro são diagonais. O operador B representa as defasagens do modelo, de tal forma que $B^L z = z_{t-L}$ e $B^L a = a_{t-L}$. Para respeitar as respectivas condições de estacionariedade e invertibilidade da formulação (Box et al., 2008), $\boldsymbol{\varphi}^{(k)}(B) = 0$ e $\boldsymbol{\theta}^{(k)}(B) = 0$ devem permanecer fora do círculo unitário. Por fim, assumem-se os vetores de resíduos temporalmente independentes e normalmente distribuídos $a_t^{(k)} \sim NID(0, \Delta)$, sendo Δ a matriz de variância-covariância de $a_t^{(k)}$. São, entretanto, espacialmente correlacionados, característica modelada por meio da equação (3):

$$\mathbf{A}_t^{(k)} = \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{E}_t^{(k)}; k = 1, 2, \dots, K \quad (3)$$

onde $\mathbf{E}_t^{(k)}$ é uma matriz de vetores $\boldsymbol{\varepsilon}_t^{(k)}$ contendo variáveis aleatórias normais independentes e identicamente distribuídas $\boldsymbol{\varepsilon}_t^{(k)} \sim NID(0, 1)$ e $\boldsymbol{\Lambda}$ é uma matriz-parâmetro de tamanho $K \times K$. O ajuste do modelo CARMA(p, q) às séries foi feito considerado a log-normal como distribuição marginal.

Por se tratar de uma formulação da família de modelos Box-Jenkins, o processo iterativo de identificação-estimação-validação foi empregado (Box et al., 2008). A identificação foi feita com base na análise das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, auxiliadas pelo Critério de Informação de Bayes (BIC, Schwartz, 1978). Dessa etapa saem as ordens p e q dos modelos de cada usina. Na sequência, os parâmetros $\boldsymbol{\varphi}^{(k)}$ e $\boldsymbol{\theta}^{(k)}$ são estimados, empregando-se, para isso, o método da máxima verossimilhança. Vale lembrar que cautela deve ser tomada para garantir que os parâmetros respeitem as condições de estacionariedade e invertibilidade do modelo (Box et al., 2008). Em particular, a matriz-parâmetro $\boldsymbol{\Lambda}$ é estimada por meio da aplicação da decomposição de Cholesky sobre a matriz de correlações cruzadas dos resíduos (Matalas, 1967). Finalmente, a etapa de validação envolve verificações nas condições de independência temporal, homocedasticidade e normalidade dos resíduos do modelo.

2.2 O máximo déficit acumulado

Nas análises com séries de vazão, o uso de estatísticas rela-

cionadas a déficits está diretamente ligado ao cálculo do volume requerido de reservatórios para regularizar determinada quantia de água. De forma simplista, procura-se definir o volume que um reservatório qualquer deve ter para que consiga guardar certa quantidade de água para uso em épocas de estiagem. Naturalmente, a análise é feita empregando-se as séries históricas. Os déficits acumulados podem ser calculados de acordo com a equação (4):

$$D_t^{(k)} = \max \left\{ D_{t-1}^{(k)} - x_t^{(k)} + \delta \hat{\mu}^{(k)} ; t = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, K \right. \quad (4)$$

onde $D_t^{(k)}$ é o déficit da usina k no tempo t , $x_t^{(k)}$ é a série histórica de vazões, $\mu^{(k)}$ é a média de longo termo e δ é uma regularização a ser atribuída. Como sugere a equação, o δ é expresso em percentual da média de longo termo da série, pois, como se sabe, a máxima vazão regularizável por um reservatório é a própria média de longo termo de sua afluência (Lanna, 2000). Por sua vez, o máximo déficit acumulado (MDA) é, simplesmente, $\max[D_t^{(k)}]$.

A relação entre diversos valores de vazões regularizadas do reservatório e seus volumes úteis associados pode ser graficamente expressa por meio da chamada curva de regularização. Essa curva possui diversas propriedades interessantes, muitas delas exploradas por Gomide (2012). De especial interesse no presente trabalho, tem-se que a derivada da curva de regularização fornece a duração do período crítico da série considerada. O autor mostra que para suprir um período crítico com duração de 3,1 a 5,9 anos, a taxa de regularização do reservatório deve ser de 90% em relação à média de longo termo. Em outras palavras, o δ da equação (3) vale 0,90 para atender o período crítico mencionado.

3. ESTUDO DE CASO

3.1 Usinas consideradas

Nas investigações propostas nesse artigo, são consideradas séries de afluências à 14 usinas hidrelétricas do SIN. Todas estão instaladas nas cabeceiras de suas respectivas bacias hidrográficas e possuem reservatórios de regularização. Evidentemente, a matemática envolvida no trabalho pode ser aplicada a usinas a fio d'água, porém somente usinas de regularização foram consideradas para manter um sentido físico à análise. Em outras palavras, apesar de os MDAs poderem ser calculados em qualquer situação, não há propósito em determiná-lo para reservatórios a fio d'água. A Tabela 1 mostra as usinas consideradas.

Tabela 1 – Usinas consideradas no trabalho

Usina	Rio	Subsistema	Potência (MW)	MLT (m³/s)
Balbina	Uatumã	N	250	602
Barra Bonita	Tietê	SE/CO	140	401
Boa Esperança	Parnaíba	NE	237,3	460
Camargos	Grande	SE/CO	46	132
Emborcação	Paranaíba	SE/CO	1192	483
Foz do Areia	Iguaçu	S	1676	660
Irapé	Jequitinhonha	SE/CO	399	149
Jurumirim	Paranapanema	SE/CO	100,96	225
Manso	Manso	SE/CO	210	171
Paraibuna	Paraíba do sul	SE/CO	87	70
Passo Fundo	Passo Fundo	S	226	56
Passo Real	Jacuí	S	158	207
Serra da Mesa	Tocantins	SE/CO	1275	769
Sobradinho	São Francisco	NE	1050	2625

S – Sul; SE/CO – Sudeste/Centro-Oeste; NE – Nordeste; N – Norte; MLT – Média de longo termo

Na escolha dos empreendimentos, buscou-se ter representatividade de diversas áreas hidrológicas brasileiras. Além do espalhamento geográfico entre usinas, rios de diferentes características, em termos de vazões médias, foram considerados. A usina de Passo Fundo, no rio de mesmo nome, possui a menor vazão média de longo termo do estudo, enquanto que Sobradinho, no rio São Francisco, detém a maior. Todas as séries foram coletadas do site do Operador Nacional do Sistema Elétrico (ONS) e se referem às afluições mensais de jan./1931 a dez./2014.

3.2 Premissas do estudo

O que se propõe no presente artigo é analisar a variação do MDA associado ao período crítico de 3,1 a 5,9 anos, quando calculado para diferentes quantidades de séries sintéticas geradas a partir do modelo CARMA(p,q). Esse período foi fixado por ser condizente com a duração do período crítico tradicionalmente utilizado no SEB. Para tanto, consideraram-se 19 conjuntos de séries sintéticas, distribuídos em {100, 200, ..., 500, 1.000, 1.500, ..., 5.000, 6.000, ..., 10.000} cenários para cada usina. Ao final do processo, calcularam-se os MDAs associados a cada sequência, totalizando 19 séries de MDA. Por fim, determinaram-se os MDAs médios $\hat{\mu}_{MDA}^{(k)}$, seus desvios-padrão $\hat{\sigma}_{MDA}^{(k)}$ e os intervalos de confiança (ICs) para cada série. Os ICs foram calculados de acordo com a equação (5) (Haan, 1977):

$$IC^{(k)} = \hat{\mu}_{MDA}^{(k)} \pm t_{1-\alpha/2, n-1} \hat{\sigma}_{MDA}^{(k)} \quad (5)$$

onde $t_{1-\alpha/2, n-1}$ é uma variável distribuída segundo *t*-Student, com nível de confiança α (aqui assumido como 95%) e $n - 1$ graus de liberdade. A equação (5) é, na realidade, utilizada para a determinação do IC da média de uma distribuição normal quando se desconhece sua variância. Ela foi adotada porque as séries sintéticas em cada conjunto são independentes entre si e, portanto, os MDAs calculados são independentes entre si. Assim, por força do Teorema do Limite Central, a distri-

buição dos MDAs obtidos para cada conjunto tende a uma normal, o que justifica o uso da equação.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Previamente aos resultados principais do trabalho, deve-se tecer alguns comentários em relação à validação do modelo CAR-MA(p,q). A performance da formulação foi profundamente investigada em um trabalho anterior (Detzel et al., 2014), na qual os autores mostraram uma aplicação do modelo para as diversas usinas do SIN, incluindo todas as consideradas no presente artigo. Concluiu-se que o modelo foi capaz de preservar estatísticas de curto e longo termos, entre elas os déficits, além da matriz de correlações espaciais. Dadas essas constatações, os resultados da validação não serão repetidos aqui; estes estarão focados exclusivamente em atender os objetivos do artigo.

A Figura 1 mostra os resultados das análises para as usinas de Emborcação, Foz do Areia, Camargos, Passo Fundo, Sobradinho e Balbina. Em cada gráfico, plotam-se no eixo das ordenadas os MDAs (m^3/s) e no eixo das abscissas a quantidade de séries sintéticas geradas. Mostram-se também os valores médios dos MDAs obtidos para cada conjunto de cenários e os ICs associados.

Em primeira análise, remete-se ao resultado obtido para Passo Fundo. Fica bastante nítido o comportamento da amplitude dos ICs à medida que a quantidade de séries sintéticas geradas aumenta. No início, com números inferiores a 1.000 cenários, os ICs são bastante amplos, indicando elevada incerteza na determinação dos MDAs. Com o aumento da quantidade de gerações, o intervalo se estreita até atingir o mínimo para 10.000 séries. Outro aspecto a se atentar é a variabilidade do valor médio dos MDAs. Há uma tendência que essa variabilidade vá progressivamente diminuindo até se estabilizar em algum momento. Em Passo Fundo, isso ocorre com 3.500 séries sintéticas geradas.

A mesma interpretação é válida para os gráficos das outras usinas mostradas. Nota-se que, diferentemente de Passo Fundo, os valores médios dos MDAs das demais usinas oscila mais, principalmente em Emborcação e Camargos. Em Emborcação, a variabilidade se estabiliza na marca das 4.000 séries, porém volta a oscilar entre 7.000 e 8.000 séries. Nessas circunstâncias a definição de uma quantidade mínima de cenários a serem gerados é difícil. A sugestão é se ater à amplitude do IC e buscar um número que forneça intervalo semelhante ao observado para 10.000 séries. Utilizando essa consideração, 4.500 séries seriam suficientes para Emborcação. Já para Camargos, a oscilação demora a se estabilizar, fazendo com que 6.000 séries sintéticas sejam requeridas para uma boa representatividade do MDA. Em Foz

do Areia e Sobradinho, também se observa certa variabilidade nos valores médios dos MDAs, no entanto ela não é considerada significativa. Além disso o IC se estreita rapidamente, o que leva à sugestão, geração de 2.000 e 3.000 séries sintéticas para as duas usinas, respectivamente.

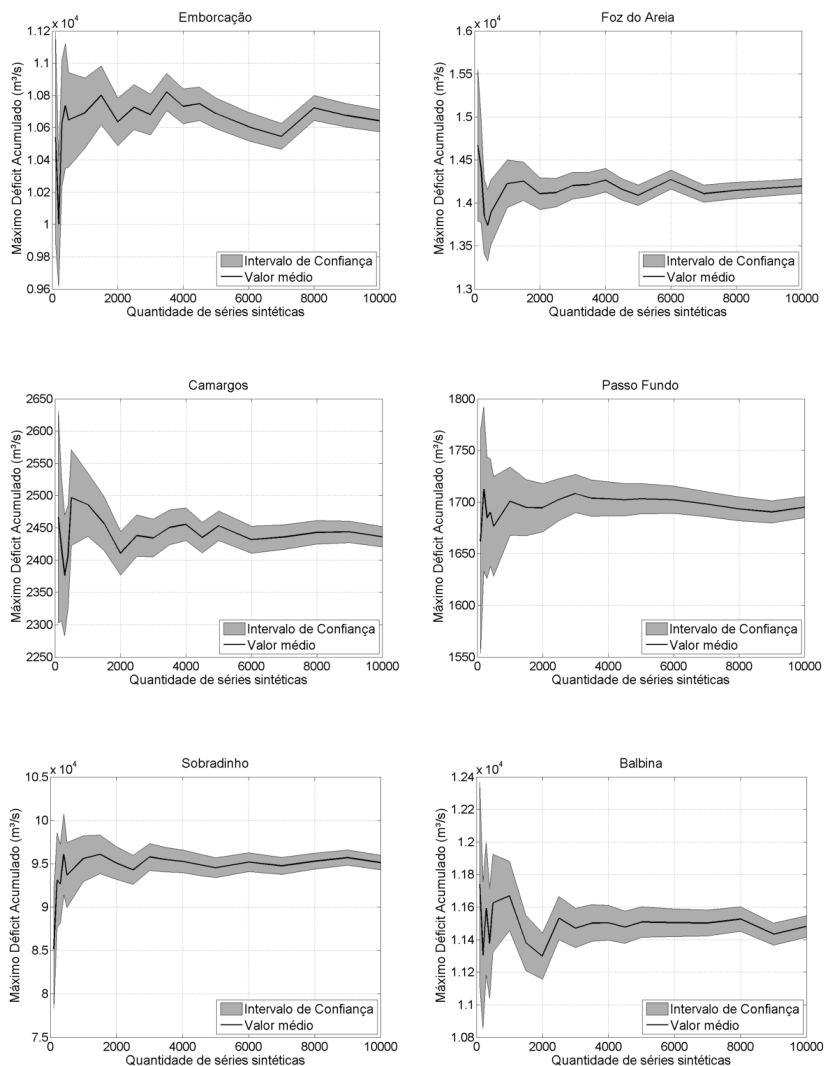


Figura 1 - Resultados das análises para seis das quatorze usinas do estudo

Utilizando as considerações supramencionadas, montou-se a Figura 2 com a sugestão de quantidade de séries sintéticas a serem geradas para todas as usinas do estudo.

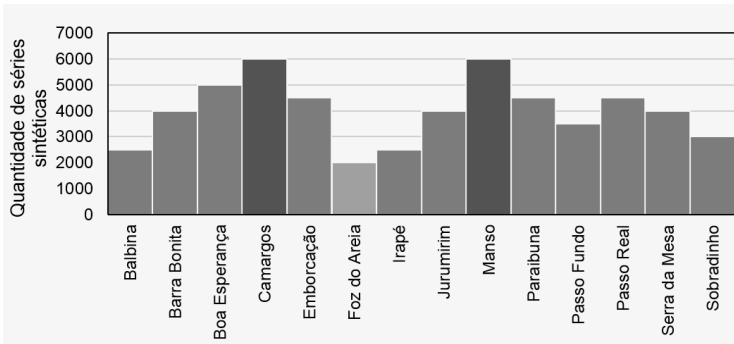


Figura 2 – Quantidade sugerida de séries sintéticas a serem geradas para as usinas consideradas. Os destaques são para usinas com maior (Camargos e Manso) e menor (Foz do Areia) quantidade de séries sintéticas

Portanto, Camargos e Manso foram as usinas que exigiram o maior número de séries sintéticas (6.000) a serem geradas para uma boa representatividade do MDA. Por outro lado, Foz do Areia foi o empreendimento que requereu o menor número (2.000). No caso específico de Foz do Areia, o resultado pode estar associado ao fato de a usina operar em uma bacia com hidrologia favorável. Assim, os déficits para regularização das aflúências são baixos, exigindo menor quantidade de cenários para sua caracterização. Contudo, essa justificativa não é geral, haja vista o resultado para Sobradinho que sofre com frequentes períodos estiagens.

5. CONCLUSÕES

Este artigo teve por objetivo fazer uma análise a respeito da quantidade de séries sintéticas de vazão a serem geradas por modelos estocásticos. A considerar a grande popularidade de formulações estocásticas para solucionar problemas aplicados a sistemas hídricos, incluindo a cadeia de modelos utilizados no planejamento do SEB, considera-se esse um tema relevante e ainda pouco explorado. O foco das análises foi o MDA, calculado de forma a considerar a regularização de 90% da vazão média de longo termo em 14 reservatórios que fazem parte do SIN. Essa taxa é associada ao suprimento para um período crítico máximo de 5,9 anos, condizente com o que se pratica no SEB.

Como mostrado, os resultados obtidos foram variados dentre os empreendimentos considerados. Nos ensaios, as usinas de Camargos e Manso requereram 6.000 cenários sintéticos para a representa-

ção do MDA, enquanto que Foz do Areia exigiu apenas 2.000. A única conclusão a nível geral, foi que as quantidades estabelecidas para todas as usinas foram elevadas, superando, inclusive, as quantidades praticadas pelos modelos oficiais do SEB. A respeito disso, entende-se que ao usar como métrica 90% da MLT na determinação do MDA, está se trabalhando com uma estatística de extremos. Vogel e Stedinger (1988) comentam que ao se utilizar modelos estocásticos para estimar esse tipo de variável, é comum observar uma elevada variabilidade nos resultados. Esse argumento pode, eventualmente, explicar a diversidade dos resultados apresentados.

Dessa maneira, para a representação de eventos menos críticos e relacionados às estatísticas básicas das séries de vazão, quantidades inferiores de cenários sintéticos podem ser adotadas. No entanto, números menores que 1.000 séries devem ser evitados, dada a grande amplitude (e.g. grande incerteza) dos intervalos de confiança mostrados nos gráficos.

6. AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi possível graças ao financiamento da COPEL GeT através do Projeto Pesquisa e Desenvolvimento – ANEEL PD-2866-0396/2014, “Previsão de preços de energia e sazonalização da carga para leilões”.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. C. “Time Series Analysis: forecasting and control”, 4. ed. John Wiley & Sons: New Jersey, 2008.

CEPEL – CENTRO DE PESQUISA DE ENERGIA ELÉTRICA, “Manual de Referência do Modelo NEWAVE”, Rio de Janeiro, 2006.

CEPEL – CENTRO DE PESQUISA DE ENERGIA ELÉTRICA, “Manual de Referência do Modelo DECOMP V 12.0”, Rio de Janeiro, 2004.

CEPEL – CENTRO DE PESQUISA DE ENERGIA ELÉTRICA, “Manual de Referência – Modelo de Geração de Séries Sintéticas de Energias e Vazões – MODELO GEVAZP”, Rio de Janeiro, 2002.

DETZEL, D. H. M., Cenários sintéticos de vazões para grandes sistemas hídricos através de modelos contemporâneos e amostragem. Revista Brasileira de Recursos Hídricos, v. 19, n. 1, p. 17-28, 2014.

GOMIDE, F. L. S., “Sobre reservatórios e segurança hídrica”, 2012. Disponível em: http://www.enercons.com.br/restrito/site-abrapch/sobre_reservatorios_e_seguranca_hidrica.pdf. Acesso em: 19/05/2016.

GUIMARÃES, R. C., SANTOS, E. G., Principles of stochastic generation of hydrologic time series for reservoir planning and design: case study. *Journal of Hydrologic Engineering*, 10.1061/(ASCE)HE.1943-5584.0000375.

HAAN, C. T. “Statistical Methods in Hydrology”. Ames: The Iowa State University Press, 1977, p. 163.

HIPEL, K. W., McLEOD, A. I. “Time series modelling of water resources and environmental systems”, 1994. Disponível em: <http://www.stats.uwo.ca/faculty/aim/1994Book/>. Acesso em: 18/05/2016.

LANNA, A. E. “Regularização de Vazões em Reservatórios”. In: TUCCI, C. E. M. (Org.). “Hidrologia: ciência e aplicação”. 2. ed. Porto Alegre: Ed. Universidade, 2000, cap. 18.

MAHEEPALA, S.; PERERA, B. J. C., Monthly hydrologic data generation by disaggregation. *Journal of Hydrology*, v. 178, p. 277-291, 1996.

MATALAS, N. C. Mathematical assessment of synthetic hydrology. *Water Resources Research*, v. 3, n. 4, p. 937-945, 1967.

SCHWARTZ, G. Estimating the dimension of a model. *Annals of Mathematical Statistics*, v. 6, n. 2, p. 461-464, 1978.

VOGEL, R. M.; STEDINGER, J. R., The value of stochastic streamflow models in overyear reservoir design applications. *Water Resources Research*, v. 24, n. 9. P. 1483-1490, 1988.

