

## Mercados futuros, derivativos e outras opções do setor elétrico brasileiro

*Luiz Fernando Loureiro Legey\**  
*Heloisa Firmo Kazay\**

### Resumo

A estrutura do setor elétrico brasileiro está passando por um período de profundas mudanças. Dentre elas, podem ser ressaltadas as seguintes: início do processo de privatização do setor; reformulação do processo de formação de preços para compra e venda de energia; e alterações nos sistemas de financiamento e de administração de riscos. Essas mudanças geram um ambiente instável, onde a própria procura de políticas balizadoras visando à minimização de ineficiências econômicas pode, no curto prazo, aumentar ainda mais o quadro de incertezas. Nesse período de transição, aumenta a demanda por novos instrumentos de gerenciamento de riscos, que sejam compatíveis com uma estrutura de mercado competitiva. Por essa razão, os contratos a termo, futuros e derivativos associados a ativos do setor elétrico crescem de importância, na medida em que instituições financeiras, concessionárias de energia elétrica e outros participantes do mercado de eletricidade se preparam para garantir condições de risco e retorno adequadas aos seus investimentos. O presente trabalho apresenta algumas alternativas de instrumentos financeiros tradicionalmente utilizados nos mercados de capitais para atender às necessidades de investidores e empresas. Discute também a forma como esses instrumentos podem - quando for necessário - ser adaptados ou modificados para atender às especificidades dos mercados de energia elétrica e, em particular, do brasileiro.

### 1. Introdução

A reestruturação do setor elétrico brasileiro, com o propósito de introduzir um mercado de energia competitivo, tornou necessária a adequação das empresas do setor - e seus clientes - aos novos tempos. Em particular, é preciso ajustar-se aos novos mecanismos de formação de preços do mercado, de forma a garantir uma remuneração apropriada aos investimentos. Com esse processo, surgiu a necessidade do gerenciamento de riscos e, como consequência, um aumento na demanda por instrumentos capazes de auxiliar esse gerenciamento. Essa é a razão pela qual instituições financeiras, empresas de energia e outros participantes do mercado vêm procurando desenvolver e implementar mecanismos que proporcionem condições para a correta administração dos riscos e retornos associados à operação de mercados competitivos.

Embora vários dos instrumentos e métodos de avaliação de riscos e retornos de investimentos estejam bem estabelecidos em outros mercados e possam ser transferidos sem grandes dificuldades para o mercado de eletricidade, há algumas características próprias desse mercado - a mais notável delas a incapacidade de se armazenar energia elétrica em grandes quantidades - que tornam necessária a adaptação das sistemáticas tradicionalmente utilizadas para a valoração de derivativos e para a modelagem de processos de variação de preços.

Este trabalho apresenta um breve resumo das principais ferramentas normalmente utilizadas em mercados financeiros ou de mercadorias para o gerenciamento de riscos e retornos, discutindo também como podem ser feitas adaptações para o emprego delas em mercados de energia elétrica em geral e, em particular, no Brasil. Resumidamente, o texto que se segue tem a seguinte estrutura: a próxima seção apresenta sucintamente alguns instrumentos básicos do mercado financeiro, notadamente a noção de contratos a termo, futuros e o conceito de derivativos, com ênfase nas chamadas "opções de compra e venda" de ativos.

Em seguida, são apresentados exemplos de derivativos direcionados especificamente para o setor elétrico. Posteriormente, na seção seguinte, são apresentados métodos de valoração de opções de compra e venda e desenvolvidos exemplos voltados para o setor de energia elétrica, passíveis de utilização no contexto do MAE<sup>1</sup>.

\* Programa de Planejamento Energia - Caixa Postal 68565, Rio de Janeiro, RJ 21945-970

Os autores agradecem a colaboração da aluna de mestrado do PPE, Ana Cláudia Nioac de Salles, na obtenção de informações sobre as especificações do contrato futuro de energia elétrica na BM&F. - emails: legey@ppe.ufrj.br e helo@ppe.ufrj.br

<sup>1</sup> MAE é a sigla do Mercado Atacadista de Energia, recentemente substituído pelo BEM, o Mercado Brasileiro de Energia.

Finalmente, na conclusão, são delineadas considerações sobre os instrumentos de gerenciamento de risco apresentados, apontando alguns de seus principais méritos e limitações.

## 2. Instrumentos de gerenciamento de riscos em mercados financeiros

O bom funcionamento de um mercado, no sentido da alocação adequada dos recursos de seus participantes, pressupõe uma situação de concorrência perfeita, com completa disseminação de informações relevantes para todos os participantes<sup>2</sup>. Para proteção dos investidores contra eventuais desequilíbrios, foram criados instrumentos financeiros específicos. Dentre esses, os mais comuns são os contratos a termo, futuros e derivativos do tipo "opção de compra" ou "opção de venda".

Um contrato futuro é um tipo de derivativo particularmente simples [1]. Consiste num acordo para a compra ou venda de um ativo numa determinada data futura por um certo preço. Os contratos futuros - ou simplesmente futuros - são idênticos aos contratos a termo, com a diferença de que são negociados em bolsa, em vez de bilateralmente entre as partes.

Um derivativo (ou título derivativo) é um instrumento financeiro cujo valor depende de variáveis básicas (ativo objeto) que o referenciam. Nos últimos anos, os derivativos tornaram-se extremamente importantes para a área financeira. Seus valores são calculados para condições de equilíbrio do mercado mais especificamente na ausência de oportunidades de arbitragem.

Assim sendo, o mercado funciona apoiado em mecanismos que, em última instância, ajudam a garantir as premissas com que foram determinados, contribuindo para que as condições de equilíbrio sejam mantidas<sup>3</sup>.

Atualmente, contratos futuros e opções são ativamente negociados em muitos mercados. Opções para compra e venda de ações foram primeiramente negociadas em bolsa em 1973 (ibid.), mas hoje, existem opções de vários tipos sendo negociadas em muitas bolsas do mundo. Os ativos objeto incluem ações, índices de ações, moedas, instrumentos de dívida, commodities e contratos futuros.

Há dois tipos básicos de opções (ver Quadro 1). Uma opção de compra (call) proporciona ao seu detentor o direito de comprar o ativo objeto em certa data, por determinado preço. Uma opção de venda (put) proporciona ao seu titular o direito de vender o ativo objeto em certa data, por determinado preço. Ou seja, uma opção dá a seu titular o direito de fazer algo, mas sem a obrigação de fazê-lo. Essa é a característica que distingue as opções dos contratos futuros e a termo, sob os quais o detentor é obrigado a comprar ou vender o ativo objeto. Por isso, essa característica se constitui numa importante fonte de flexibilidade nas negociações, especialmente se forem levadas em conta as diversas fontes de incerteza.

**Quadro 1. Características de opções de compra e venda**

Tipo de Opção	COMPRA ( <i>Call</i> )	VENDA ( <i>Put</i> )
Quem compra	Tem o <i>direito</i> de comprar o ativo	Tem o <i>direito</i> de vender o ativo
Quem vende	Tem a <i>obrigação</i> de vender o ativo	Tem a <i>obrigação</i> de comprar o ativo

Fonte: Elaboração própria

### Mecanismos de proteção do investimento (hedge)

A negociação com derivativos é frequentemente associada a mecanismos de hedge (ou proteção) do investimento. Por exemplo, uma empresa que planeja vender um ativo em data futura pode proteger-se, tomando uma posição vendida num contrato futuro<sup>4</sup>. Isso é conhecido como hedge de venda.

Se o preço do ativo cair, a empresa não obterá lucro com a venda do ativo, mas realizará ganho com a posição vendida a futuro; se o preço do ativo subir, a empresa realizará ganho com a venda do ativo, mas terá perda com a posição vendida a futuro. Similarmente, uma empresa que planeja comprar um ativo em data futura pode proteger-se, tomando uma posição comprada no mercado futuro.

<sup>2</sup> Essas condições inibem, por exemplo, o aparecimento de oportunidades de arbitragem, ou seja, a possibilidade de lucro certo, sem risco.

<sup>3</sup> Esse tipo de colocação é meio circular, do tipo "profecia auto-realizável", mas é o que ocorre no mercado: como todos os mecanismos do mercado pressupõem ausência de oportunidades de arbitragem, essas oportunidades acabam, de fato, não existindo.

<sup>4</sup> Uma posição "vendida" ("comprada") significa que o tomador se compromete a vender (comprar) uma certa quantidade do ativo objeto por determinado preço.

Isso é conhecido como hedge de compra. É importante reconhecer que o hedge com futuros não melhora, necessariamente, o resultado financeiro global. De fato, é possível até que os resultados fiquem piores. O que um hedge com futuros faz é reduzir o risco, tornando as possibilidades futuras mais previsíveis. Em contraposição, a proteção proporcionada pelos contratos de opção é do tipo "seguro", ou seja o detentor paga um prêmio para garantir-se contra eventuais perdas, ao mesmo tempo em que continua podendo usufruir de possíveis ganhos (ibid.).

No mercado brasileiro de energia, a forma atual de se efetuar hedges de compra e venda se dá por intermédio dos chamados "contratos bilaterais", celebrados entre empresas geradoras e comercializadoras de energia elétrica. Assim, uma geradora que estiver realizando um contrato bilateral com uma comercializadora terá uma posição "vendida" na quantidade e no preço acertados. A comercializadora, por sua vez, estará em uma posição "comprada". Fará parte das estratégias de gerenciamento de risco de ambos os tipos de empresa, decidir em que quantidade a eletricidade será negociada por meio de contratos bilaterais e qual o montante a ser encaminhado ao mercado spot.

No Brasil, contratos futuros para compra e venda de energia elétrica não são ainda negociados em bolsa. Entretanto, existe uma proposta da BM&F (Bolsa de Mercadorias e Futuros) [2] nesse sentido. Para que contratos futuros sejam negociados em bolsa são necessárias especificações precisas do que significa um contrato. Na BM&F, uma unidade de negociação significa "360 MWh/mês, com base em 30 dias contratuais, à taxa de 0,5 MWh por hora, o equivalente a 12 MWh fornecidos no decorrer de vinte e quatro horas consecutivas, em cada dia contratua1." É importante observar que por se tratar de energia elétrica não há maneiras eficientes de armazená-la e, por isso, é necessário não apenas especificar a quantidade total a ser vendida no mês mas, também, a taxa em que essa energia será disponibilizada. Além disso, a BM&F especifica onde a energia será entregue: "no ponto de referência (centro de gravidade) do sub-mercado sudeste/centro-oeste".

### 3. Opções de compra e venda de eletricidade

Um primeiro tipo de opção que poderia ser negociado no mercado brasileiro de eletricidade são as opções comuns de compra (call) e de venda (put) de ativos, sejam eles uma determinada quantidade de eletricidade ou contratos a termo (bilaterais) ou contratos futuros negociados na BM&F. Dessa forma, uma opção de compra (venda) de energia elétrica daria ao seu detentor o direito de comprar (vender), numa data especificada<sup>5</sup>, uma determinada quantidade de eletricidade, disponibilizada de certa maneira e em determinado lugar, por um preço previamente estabelecido. Se o ativo subjacente for um contrato, a opção dará ao seu detentor o direito de comprar (vender) um contrato, futuro ou a termo, numa determinada data<sup>6</sup>. Entretanto, existem inúmeras outras possibilidades. Aqui serão apresentadas duas delas: os derivativos denominados spread de ativação (spark spread) e spread locacional (locational spread)<sup>7</sup> [3], [4].

O spread de ativação é um derivativo do tipo inter-mercadorias (cross-comodities) porque se refere ao preço relativo de duas mercadorias. O conceito desse derivativo remonta ao crack spread [5], usado na indústria de refinação de petróleo para administração dos riscos provenientes de variações excessivas entre os preços do petróleo e de seus derivados. No caso do spread de ativação, o objetivo é oferecer uma forma de proteção contra variações da diferença entre os preços da eletricidade e do combustível utilizado para gerá-la. Essa diferença é importante porque se constitui na base sobre a qual é efetuada a valoração econômica dos ativos de geração utilizados na transformação de combustível em eletricidade.<sup>8</sup> A quantidade de combustível que uma determinada planta geradora requer para gerar uma certa quantidade de eletricidade depende da eficiência dessa planta, cuja medição pode ser efetuada, por exemplo, por meio da chamada "taxa de calor" (heat rate). A taxa de calor é definida como a quantidade (normalmente medida em milhões de Btu-British thermal units ou MMBtu) do combustível, necessária para gerar uma unidade (em geral correspondente a 1 Megawatthora ou MWh) de eletricidade. Por conseguinte, quanto menor a taxa de calor, mais eficiente é a planta geradora.

O spread de ativação de uma dada planta geradora é definido pela diferença entre o preço spot da eletricidade e produto da taxa de calor pelo preço spot do combustível utilizado na planta. Portanto, o

<sup>5</sup> Se a opção for do tipo americana, o detentor poderá exercer o seu direito de compra ou venda até determinada data.

<sup>6</sup> A mesma observação da nota de rodapé anterior se aplica aqui.

<sup>7</sup> O termo "spread" em português "hiato" ou "separação" refere-se à diferença entre dois valores financeiros, por exemplo, preços. Seria possível, portanto traduzir os termos spark spread e locational spread, como "hiato de ativação" e "hiato locacional". Entretanto, como o termo spread é comumente usado no setor financeiro brasileiro, aqui também o será.

<sup>8</sup> Essa afirmação se apóia no fato de que os fluxos de caixa futuros – e, conseqüentemente, o valor econômico (Cf. [6]) – de um empreendimento relativo a uma planta geradora estão fortemente correlacionados à diferença dos preços da eletricidade gerada e do combustível empregado na planta.

spread de ativação da planta aumenta com o preço spot da eletricidade e diminui com a taxa de calor e o preço spot do combustível.

Matematicamente, o spread de ativação de um dada planta  $j$ ,  $SA_j$ , pode ser formulado como:

$$SA_j = S_E - H_j S_G \text{ onde:}$$

$S_E$ : preço spot da eletricidade

$H_j$  = taxa de calor da planta  $j$

$S_G$  = preço spot do combustível

É possível definir também uma taxa de calor implícita do mercado (ou taxa de calor "marginal"),  $H_M$ , como aquela cujo valor define, num mercado competitivo e desregulado, as plantas térmicas a serem despachadas ou seja, a taxa de calor para o qual o  $SA = 0$ . Assim,

$$SA = 0 = S_E - H_M S_G \Rightarrow H_M = S_E / S_G$$

É fácil verificar que:

$H < H_M \Rightarrow SA > 0 \Rightarrow$  planta  $j$  opera;  $H > H_M \Rightarrow SA < 0 \Rightarrow$  planta  $j$  não opera; e  $H_j = H_M \Rightarrow SA_j = 0 \Rightarrow$  planta  $j$  se encontra "na margem".

Uma vez definidos esses conceitos, pode-se passar à definição de opções de compra e venda do tipo spread de ativação.

**Definição 1.** Uma opção de compra do tipo spread de ativação, com um valor de exercício  $X_H$  e tempo de maturação  $T$ , garante ao tomador o direito de receber no (opção européia) ou até (opção americana) o tempo  $T$ , 1 unidade de eletricidade (por exemplo, na forma do contrato proposto pela BM&F), pagando por ela  $X_H$  vezes o preço de 1 unidade de combustível.

Portanto, se  $C_s(S_E^t, S_G^t, X_H, t)$  denotar o valor da opção no tempo  $t$ , para  $t = T$ , esse valor será:

$$C_s(S_E^T, S_G^T, X_H, T) = \text{Max}(S_E^T - X_H S_G^T, 0) \quad (1)$$

**Definição 2.** Uma opção de venda do tipo spread de ativação, com um valor de exercício  $X_H$  e tempo de maturação,  $T$ , garante ao tomador o direito de entregar no (opção européia) ou até (opção americana) o tempo  $T$ , 1 unidade de eletricidade (por exemplo, na forma do contrato proposto pela BM&F), recebendo por ela  $X_H$  vezes o preço de 1 unidade de combustível.

Portanto, se  $P_s(S_E^t, S_G^t, X_H, t)$  denotar o valor da opção no tempo  $t$ , para  $t=T$ , esse valor será:

$$P_s(S_E^T, S_G^T, X_H, T) = \text{Max}(X_H S_G^T - S_E^T, 0) \quad (2)$$

Os dois exemplos a seguir procuram esclarecer como essas opções poderiam ser usadas tanto por comercializadoras (opção de compra) como por geradoras (opção de venda). Assim, se num quadro de racionamento<sup>9</sup>, uma comercializadora desejar proteger-se, num prazo de seis meses, contra eventuais aumentos da eletricidade comprada de um gerador térmico, cujo preço de fornecimento está vinculado ao preço do gás, ela poderá optar por adquirir uma opção européia de compra do tipo spread de ativação, com um valor<sup>10</sup> de exercício de  $X_H$ . A quantidade a ser comprada dependerá do volume que a comercializadora desejar garantir, podendo equivaler a, por exemplo, 100 contratos da BM&F. Se  $S_E^T = \text{R\$ } 70,00/\text{MWh}$ ;  $S_G^T = \text{R\$ } 5,00/\text{MMBtu}$ ; e  $X_H = 12 \text{ MWh/MMBtu}$  a comercializadora exercerá sua opção, obtendo no total dos 100 contratos um ganho de  $100 \cdot 360(70 - 12 \cdot 5) = 360.000$ <sup>11</sup> reais, que poderão ser usados para cobrir eventuais perdas em outros contratos.

No caso de uma geradora a proteção é simétrica a essa. A diferença principal no entanto é que o  $X_H$  a ser negociado deverá ser superior ao da planta da geradora, para que haja vantagem em operá-la. Supondo um  $H_j = 11 \text{ MWh/MMBtu}$ ;  $S_E^T = \text{R\$ } 60,00/\text{MWh}$ ,  $S_G^T = \text{R\$ } 6,00$ ; e  $X_H = 11,5 \text{ MWh/MMBtu}$ , a geradora exercerá a opção, obtendo um ganho (para 100 contratos) de  $100 \cdot 360(11,5 \cdot 6 - 60) = 324.000$  reais<sup>12</sup>.

Um outro tipo de opção de interesse para o setor elétrico é spread locacional, que surge do fato de a energia elétrica ser essencialmente não-armazenável, o que traz como consequência a necessidade de fornecê-la em tempo real, através de linhas de transmissão que, freqüentemente

<sup>9</sup> No Brasil, essa condição é importante porque dada a preponderância das hidrelétricas o custo marginal de operação em épocas de reservatórios cheios tende a ser muito baixo, o que inviabiliza a operação de térmicas independentemente de seus  $H_j$  serem baixos, ou seja, independentemente de suas eficiências serem altas.

<sup>10</sup> Usualmente o valor de exercício é denominado "preço de exercício" e medido em unidades monetárias. Aqui, para ser coerente com a formulação o valor de exercício é medido em  $\text{MWh/MMBtu}$ .

<sup>11</sup> No jargão financeiro uma opção cujo exercício é vantajoso é denominada *in the money*. Caso contrário, quando não há ganho com o exercício da opção ela é dita *out of the money*.

<sup>12</sup> Observe-se, entretanto, que para obter esse ganho (bruto), a geradora deverá operar sua planta a um custo de  $11 \times 6 = \text{R\$ } 66/\text{MWh}$ , ou seja, com um prejuízo de  $66 - 60 = \text{R\$ } 6/\text{MWh}$  o que, para um total de  $100 \times 360 = 36.000 \text{ MWh}$ , equivale a uma perda de  $36.000 \times 6 = 216.000$  reais. Assim, o ganho líquido da geradora com a opção será de  $324.000 - 216.000 = 108.000$  reais.

apresentam restrições de capacidade e de custos. Por isso, podem existir diferenças substanciais de preços da eletricidade em locais distintos. Essas diferenças de preços são denominadas de spreads locacionais e a partir deles, podem ser definidas opções de compra e venda.

*Definição 3.* Uma opção de compra do tipo spread locacional, com um valor de exercício  $X_L$  e tempo de maturação  $T$ , garante ao tomador o direito de receber no (opção europeia) ou até (opção americana) o tempo  $T$ , 1 unidade de eletricidade (por exemplo, na forma do contrato proposto pela BM&F), na localidade 1, pagando por ela  $X_L$  vezes o preço de 1 unidade de eletricidade na localidade 2.

Portanto, se  $C_L(S_1^t, S_2^t, X_L, t)$  denotar o valor da opção no tempo  $t$ , para  $t=T$ , esse valor será:

$$C_L(S_1^T, S_2^T, X_L, T) = \text{Max}(S_1^T - X_L S_2^T, 0) \quad (3)$$

Analogamente, uma opção de venda pode ser definida como:

*Definição 4.* Uma opção de venda do tipo spread locacional, com um valor de exercício  $X_L$  e tempo de maturação  $T$ , garante ao tomador o direito de entregar no (opção europeia) ou até (opção americana) o tempo  $T$ , 1 unidade de eletricidade (por exemplo, na forma do contrato proposto pela BM&F), na localidade 1, recebendo por ela  $X_L$  vezes o preço de 1 unidade de eletricidade na localidade 2.

Portanto, se  $P_L(S_1^t, S_2^t, X_L, t)$  denotar o valor da opção no tempo  $t$ , para  $t=T$ , esse valor será:

$$P_L(S_1^T, S_2^T, X_L, T) = \text{Max}(X_L S_2^T - S_1^T, 0) \quad (4)$$

Exemplos de como essas opções poderiam ser usadas são bastante simples. No caso de uma opção de compra, uma comercializadora que tem de fornecer uma determinada quantidade de eletricidade no Sul, poderia proteger-se da variação do preço da eletricidade nessa região comprando uma opção do tipo locacional entre dois subsistemas, o Sul, onde a eletricidade será vendida e, por exemplo, o Sudeste, que o tomador acredita terá seus preços estáveis ou declinantes. Nesse caso, o Sul corresponderia à localidade 1 e o Sudeste à localidade 2. Assim, supondo-se que: a opção é do tipo europeia; a comercializadora deseja proteção para uma quantidade de eletricidade equivalente a 100 contratos do tipo BM&F;  $S_1^T = \text{R\$ } 50,00/\text{MWh}$ ;  $S_2^T = \text{R\$ } 40,00/\text{MWh}$ ; e  $X_L = 1,2$ <sup>13</sup>, a comercializadora exercerá a opção em  $t = T$ , obtendo um ganho de  $100 \cdot 360(50 - 40 \cdot 1,2) = 72.000$  reais. Analogamente, o tomador de uma opção de venda exerceria sua opção em  $t = T$  se, por exemplo,  $S_1^T = \text{R\$ } 50,00/\text{MWh}$ ;  $S_2^T = \text{R\$ } 40,00/\text{MWh}$ ; e  $X_L = 1,4$ . Nessa situação, o lucro auferido, para uma quantidade de eletricidade equivalente a 100 contratos do tipo BM&F, seria de  $100 \cdot 360(40 \cdot 1,4 - 50) = 216.000$  reais. Ou seja, ao vender eletricidade no Sul, pelo preço da eletricidade no Sudeste multiplicada por 1,4, o tomador obtém um ganho. Evidentemente, se por exemplo,  $S_1^T = \text{R\$ } 60,00/\text{MWh}$ , a opção não seria exercida, uma vez que  $100 \cdot 360(40 \cdot 1,4 - 60) < 0$  e o tomador perderia o valor pago pela opção.

#### 4. Métodos para valoração de derivativos

A valoração de derivativos é tarefa bastante complexa, uma vez que se está lidando com processos estocásticos e derivadas de variáveis aleatórias. Na verdade, esse tipo de cálculo diferencial só foi estabelecido em 1951. Com base no trabalho de Ito [7], Black, Scholes [8] e Merton [9], desenvolveram um modelo para valoração de derivativos<sup>14</sup>.

Neste trabalho será apresentada apenas a fórmula desenvolvida por Black e Scholes para essa valoração de derivativos, explicitando primeiramente as hipóteses do modelo por eles formulado. O objetivo é chamar a atenção para as limitações da análise, ao mesmo tempo em que se apresenta uma solução.

##### Hipóteses básicas do modelo de Black, Scholes e Merton [1]

1. O preço do ativo objeto do derivativo segue um processo estocástico do tipo movimento geométrico Browniano;

<sup>13</sup> Observe que  $X_L$  ao contrário de  $X_{11}$  é adimensional. Note também que  $X_L$  deve incluir eventuais custos de transmissão.

\*  $100 \cdot 360 = 36.000$  MWh, equivale a uma perda de  $36.000 \cdot 6 = 216.000$  reais. Assim, o ganho líquido da geradora com a opção será de  $324.000 - 216.000 = 108.000$  reais.

<sup>14</sup> Pelo trabalho que levou ao modelo amplamente utilizado para valoração de derivativos, Scholes e Merton - este último por ter contribuído com a correta formalização do modelo proposto por Black e Scholes - foram agraciados com o prêmio Nobel de economia de 1997. Infelizmente, Black havia falecido em 1995.

2. A venda a descoberto de ativos financeiros, com a possibilidade de uso completo dos recursos arrecadados é permitida;
3. Não há custos de transação ou impostos e taxas. Todos os ativos financeiros são perfeitamente divisíveis;
4. Não há dividendos durante a vida do derivativo;
5. Não há oportunidades de arbitragem;
6. A negociação dos ativos é contínua; e
7. A taxa de juros livre de risco,  $r$ , é constante e a mesma para todos os tempos de maturação.

Dadas essas hipóteses, as fórmulas de Black e Scholes para os preços em  $t = 0$ , de uma opção de compra européia  $c$  e uma opção de compra  $p$ , sobre um ativo objeto do tipo ação, sem pagamento de dividendos, são (ibid.):

$$c = S_0 N(d_1) - X e^{-rt} N(d_2)$$

$$e$$

$$p = X e^{-rt} N(d_2) - S_0 N(d_1)$$

onde:

Nessas fórmulas,  $N(x)$  representa a função de probabilidade cumulativa de uma variável aleatória normalmente distribuída, com média zero e desvio padrão 1 (ou seja,  $N(x)$  é a probabilidade de a variável ser menor do que  $x$ ).  $S_0$  é o preço do estoque em  $t = 0$ ,  $X$  é o preço de exercício,  $r$  é a taxa de juros livre de risco, composta continuamente,  $\sigma$  é a volatilidade do preço da ação e  $T$  é o período de maturação da opção.

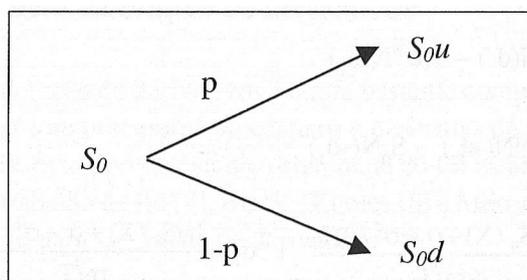
No caso de variáveis do setor energético, como, por exemplo, o preço da eletricidade e o preço do combustível de termelétricas, o processo estocástico que descreve melhor o comportamento das variáveis não é o movimento geométrico Browniano, mas sim, o processo com reversão à média. O uso da hipótese de movimento geométrico Browniano pode levar a superestimações do valor das opções. Deng et. al.[3] fazem essa consideração e apresentam fórmulas para processos com reversão à média.

Uma forma aproximada para cálculo do valor de opções foi desenvolvida por Cox, Ross e Rubstein. Como essa abordagem, embora aproximada é de mais fácil apreensão e, além disso, permite o cálculo do valor de opções do tipo americana, ela será apresentada (resumidamente) a seguir.

### Árvores binomiais para a valoração de derivativos

O modelo binomial é de tempo discreto, ou seja, o processo estocástico é descrito por variações em intervalos (mesmo que pequenos) de tempo. Seja um processo de variação do preço de ações descrito da seguinte forma. A cada intervalo de tempo, o preço da ação pode ter um acréscimo de  $u$  ou um decréscimo de  $d$ . Assim, se o preço inicial da ação é  $S_0$  no intervalo seguinte ela será  $S_0 u$ , com probabilidade  $p$ , ou  $S_0 d$ , com probabilidade  $1-p$ . A Fig. 1 representa esse processo graficamente.

Fig 1. Variação do preço da ação num intervalo de tempo  $\Delta t$  - modelo binomial.



Nos intervalos de tempo subseqüentes o mesmo processo se reproduziria a partir de cada nó da árvore, até o instante da maturidade da opção. Nesse instante, como já visto anteriormente, é possível calcular o valor da opção. Basta comparar o preço de exercício, com o preço da ação (OU ativo objeto). Para cada nó da árvore em  $t = T$ , haverá um valor da opção, de acordo com cada valor possível de  $S$ /preço da ação no tempo  $T$ ). Assim, se o derivativo for uma opção de compra:

$$S_T - X > 0 \Rightarrow c_T = S_T - X;$$

$$S_T - X < 0 \Rightarrow c_T = 0;$$

Se o derivativo for uma opção de venda:

$$X - S_T > 0 \Rightarrow p_T = X - S_T$$

$$X - S_T < 0 \Rightarrow p_T = 0$$

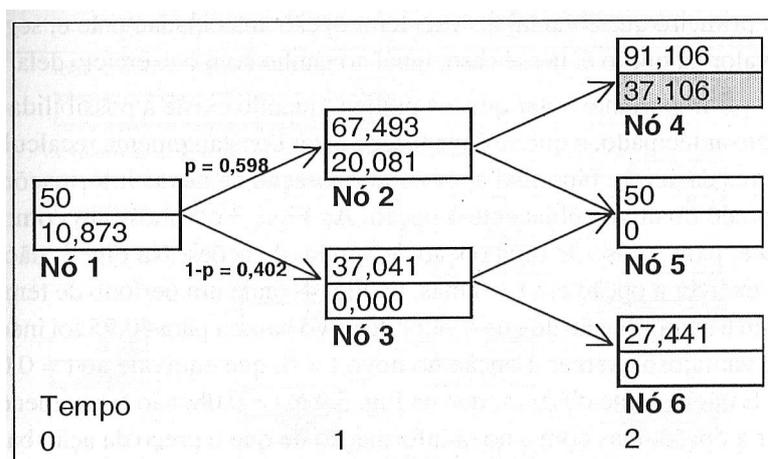
Trabalhando de trás para frente, pode-se calcular o valor do derivativo em cada nó correspondente ao instante  $T - \Delta t$ . Isso é possível devido ao chamado "princípio de valoração sob neutralidade ao risco", que permite assumir, para fins de valoração de derivativos, que:

1. O valor esperado do retorno de todos os ativos financeiros negociados num mercado<sup>15</sup> é a taxa de juros livre de risco; e
2. Fluxos de caixa futuros podem ser valorados por meio de seus valores esperados, descontados à taxa de juros livre de risco.

Então, usando o princípio de valoração sob neutralidade ao risco, é possível calcular o valor esperado do derivativo para cada nó em  $T - \Delta t$ , descontando-o à taxa  $r$ , para um intervalo de tempo  $\Delta t$ . Analogamente, esse procedimento pode ser repetido para  $T - 2 \Delta t$  e assim por diante até chegar a  $t = 0$ . Se a opção for do tipo americana, torna-se necessário checar a cada nó se é mais conveniente exercer a opção antecipadamente ou aguardar até um período de tempo posterior. O exemplo da Fig. 2 procura esclarecer esse procedimento. Nesse exemplo, as seguintes hipóteses foram utilizadas:

Tipo: opção americana de compra (call) de ações; preço de exercício: 54; fator de desconto em cada passo:  $e^{-0,1} = 0,9048$ ; intervalo de tempo ( $\Delta t$ ): 1 ano; probabilidade de aumento do valor da ação:  $p = 0,5982$ ; tamanho do aumento (decréscimo):  $u = 1,3499$  ( $d = 0,7408$ ); volatilidade:  $s = 30\%$  ao ano; taxa de juros livre de risco:  $r = 10\%$  ao ano.

Fig. 2. Exemplo de árvore binomial com dois estágios.



Fonte: Elaboração própria, com o software DerivaGem [II]

Legenda: Em cada nó, a célula superior apresenta o valor da ação e a inferior o valor da opção; na célula sombreada o valor da opção é igual ao ganho de exercê-la.

Assim, para os nós 4, 5 e 6, em  $t = 2$ , o valor da opção é facilmente calculável pela diferença entre os possíveis valores de  $S_2$  e  $X$ . Nos nós 5 e 6 essa diferença é nula e negativa, portanto  $c_2 = 0$ , para esses nós. Já no nó 4, a diferença é positiva e igual a 37,106. Isso significa que esse é o valor da opção - que está *in the money* e deve portanto ser exercida - e do ganho que o tomador obtém ao exercê-la.

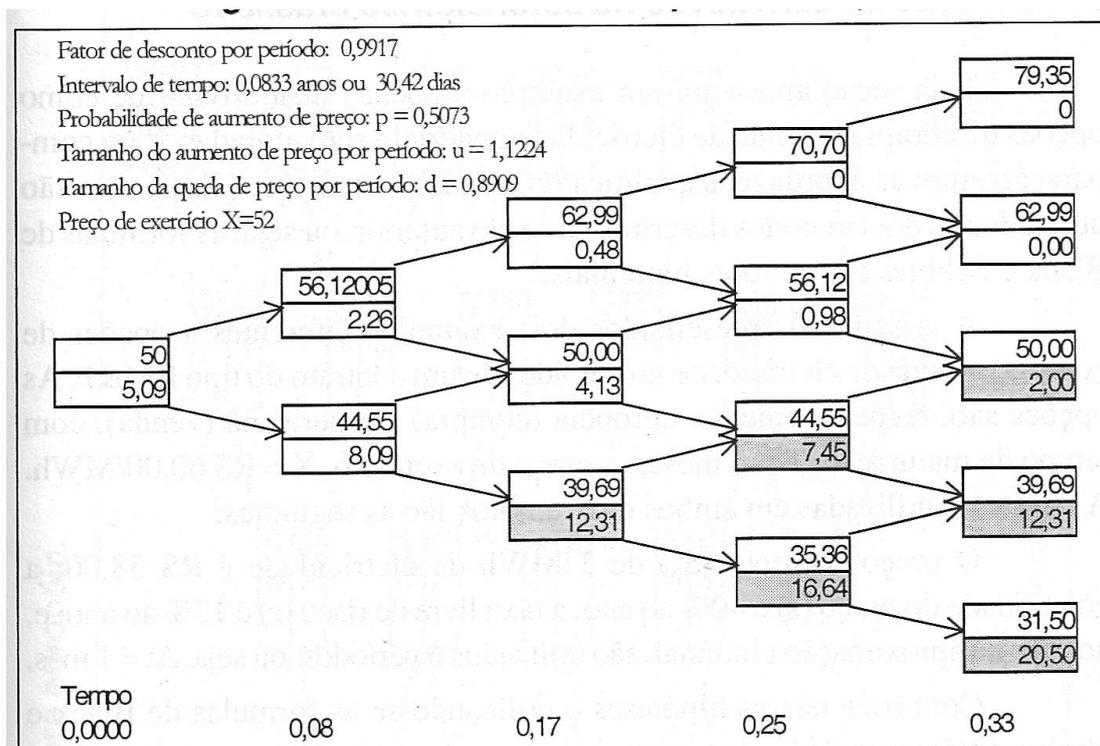
Para os demais nós, o procedimento de cálculo de trás para frente é o seguinte. Seja, por exemplo, o nó 2, para o qual o valor esperado do preço da opção (a preços de  $t = 2$ ) é  $37,106xp + 0x(1-p) = 37,106 \times 0,598 + 0 \times 0,402 = 22,189$ . A preços de  $t = 1$ , é necessário descontar o valor esperado pelo fator  $e^{-r\Delta t} = e^{-0,1 \times 1} = 0,905$ . Então o valor da opção no nó 2 é  $0,905 \times 22,189 = 20,081$ . No caso de uma opção americana de compra, onde o ativo subjacente é uma ação que não paga dividendos, é possível

<sup>15</sup> Na realidade, esse mercado precisa ser "eficiente", ou seja, satisfazer determinadas condições (ver [I], página 219)

demonstrar que nunca é vantajoso exercê-la antecipadamente (Cf. [1], pág. 175). Por isso, nesse caso, os cálculos dos valores da opção em cada nó tem por finalidade apenas permitir a determinação do valor da opção em  $t = 0$ . Em outras situações, o valor da opção em determinado nó pode fornecer uma indicação da oportunidade de se exercer a opção antecipadamente. Assim, quando o cálculo do valor esperado descontado em um nó for menor do que o ganho com o exercício da opção, isso significa duas coisas: primeiro que é vantajoso exercer a opção antecipadamente e, segundo que o valor da opção é, nesse caso, igual ao ganho com o exercício dela<sup>16</sup>.

É importante notar que, na prática, quando existe a possibilidade de exercício antecipado, o que se deve fazer é estar constantemente recalculando os valores da árvore binomial após a incorporação de novas informações sobre o preço do ativo subjacente à opção. As Figs. 3 e 4 mostram como isso acontece, para o caso de uma opção de venda de ações. Na Fig. 3, não vale a pena exercer a opção em  $t = 0$ , mas, na Fig. 4, onde um período de tempo já decorreu e a informação de que o valor do ativo baixou para 40,95 foi incorporada, é vantajoso exercer a opção no novo  $t = 0$ , que equivale ao  $t = 0,08$  da Fig. 3. É interessante observar que na Fig. 3, em  $t = 0,08$ , não é recomendável exercer a opção, mas com a nova informação de que o preço da ação baixou, o exercício da opção passa a ser a melhor estratégia. Ou seja, se não houvesse o recálculo da árvore com a nova informação, a estratégia definida na primeira árvore (Fig. 3) estaria conduzindo a um erro de posicionamento.

Fig. 3 Árvore binomial com quatro estágios.

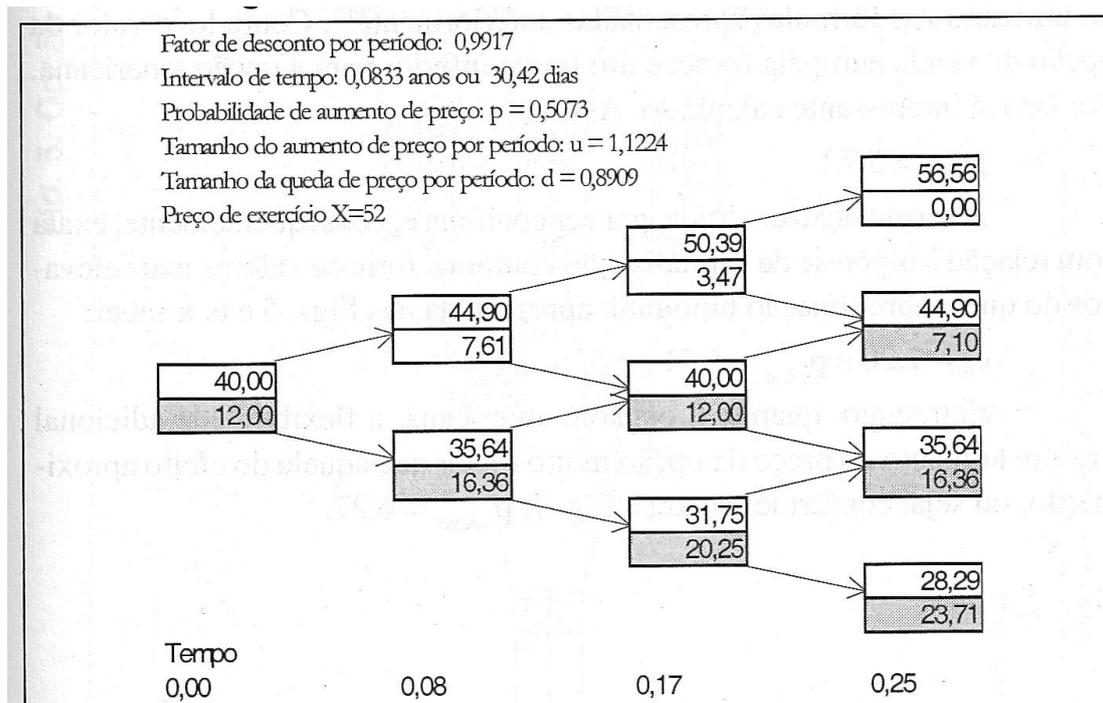


Fonte: Elaboração própria, com o software DerivaGem [11]

Legenda: Em cada nó, a célula superior apresenta o valor da ação e a inferior o valor da opção; nas células sombreadas o valor da opção é igual ao ganho de exercê-la.

<sup>16</sup> Vale observar que pode acontecer de a opção estar *in the money* e, mesmo assim, ser vantajoso esperar, ou seja, não exercê-la antecipadamente. Essa característica das opções americanas é particularmente importante na compreensão dos conceitos da chamada Teoria das Opções Reais.

Fig. 4. Árvore binomial com três estágios.



Fonte: Elaboração própria, com o software DerivaGem [11]

Legenda: Em cada nó, a célula superior apresenta o valor da ação e a inferior o valor da opção; nas células sombreadas o valor da opção é igual ao ganho de exercê-la.

## 5. Valoração de derivativos no setor elétrico brasileiro

Esta seção apresenta um exemplo - apenas ilustrativo - de como opções de compra e venda de eletricidade poderiam ser valoradas. Para comparação entre as abordagens analítica (contínua) e numérica (discreta) serão utilizados os dois métodos descritos na seção anterior, ou seja, as fórmulas de Black e Scholes e as árvores binomiais.

A seguir são apresentados dois exemplos referentes a opções de compra e venda de eletricidade nos moldes de um contrato do tipo BM&F. As opções são, respectivamente, européia (compra) e americana (venda), com tempo de maturação,  $T = 6$  meses, e preço de exercício,  $X = R\$ 60,00/MWh$ . As hipóteses utilizadas em ambos os exemplos são as seguintes:

O preço corrente ( $S_0$ ) de 1 MWh de eletricidade é  $R\$ 58,00$ ; a volatilidade do preço ( $\sigma$ ) é 40% ao ano; a taxa livre de risco ( $r$ ) é 12% ao ano; e, no caso da aproximação binomial, são utilizados 6 períodos, ou seja,  $t = 1$  mês.

Com base nessas hipóteses e utilizando-se as fórmulas de Black e Scholes, obtém-se [11]:

$$C_0 = 7,21$$

Como a opção de venda é do tipo americano, não é possível valorá-la, utilizando as fórmulas apresentadas anteriormente<sup>17</sup>. Contudo, o valor da opção de venda européia fornece um limite inferior para a opção americana. Por isso, é interessante calculá-la. Assim,

$$PO_{Eur} = 5,72$$

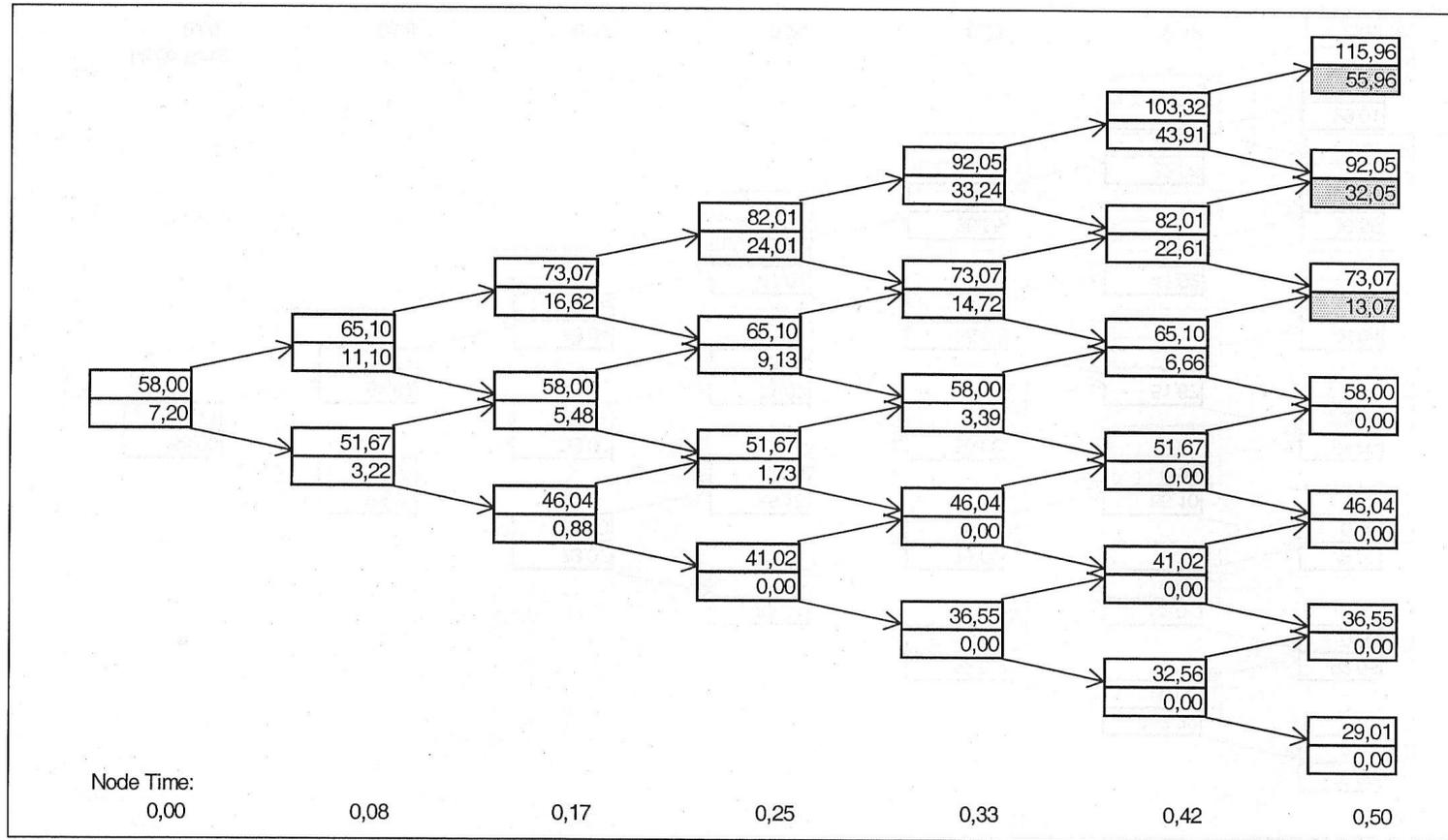
A formulação analítica, por ser contínua e, conseqüentemente, exata com relação à hipótese de capitalização contínua, fornece valores mais elevados do que a aproximação binomial, apresentada nas Figs. 5 e 6, a saber:

$$C_0 = 7,20 \text{ e } PO_{Eur} = 5,71$$

Entretanto, quando a opção é americana, a flexibilidade adicional traz um aumento no preço da opção muito maior que aquele do efeito aproximação, ou seja, conforme mostra a Fig. 7,  $PO_{Amer} = 6,27$ .

<sup>17</sup> Entretanto, existem aproximações analíticas (não numéricas) para o cálculo do valor de opções americanas. O próprio Black sugeriu uma delas (Ct. [I]), pág. 260.

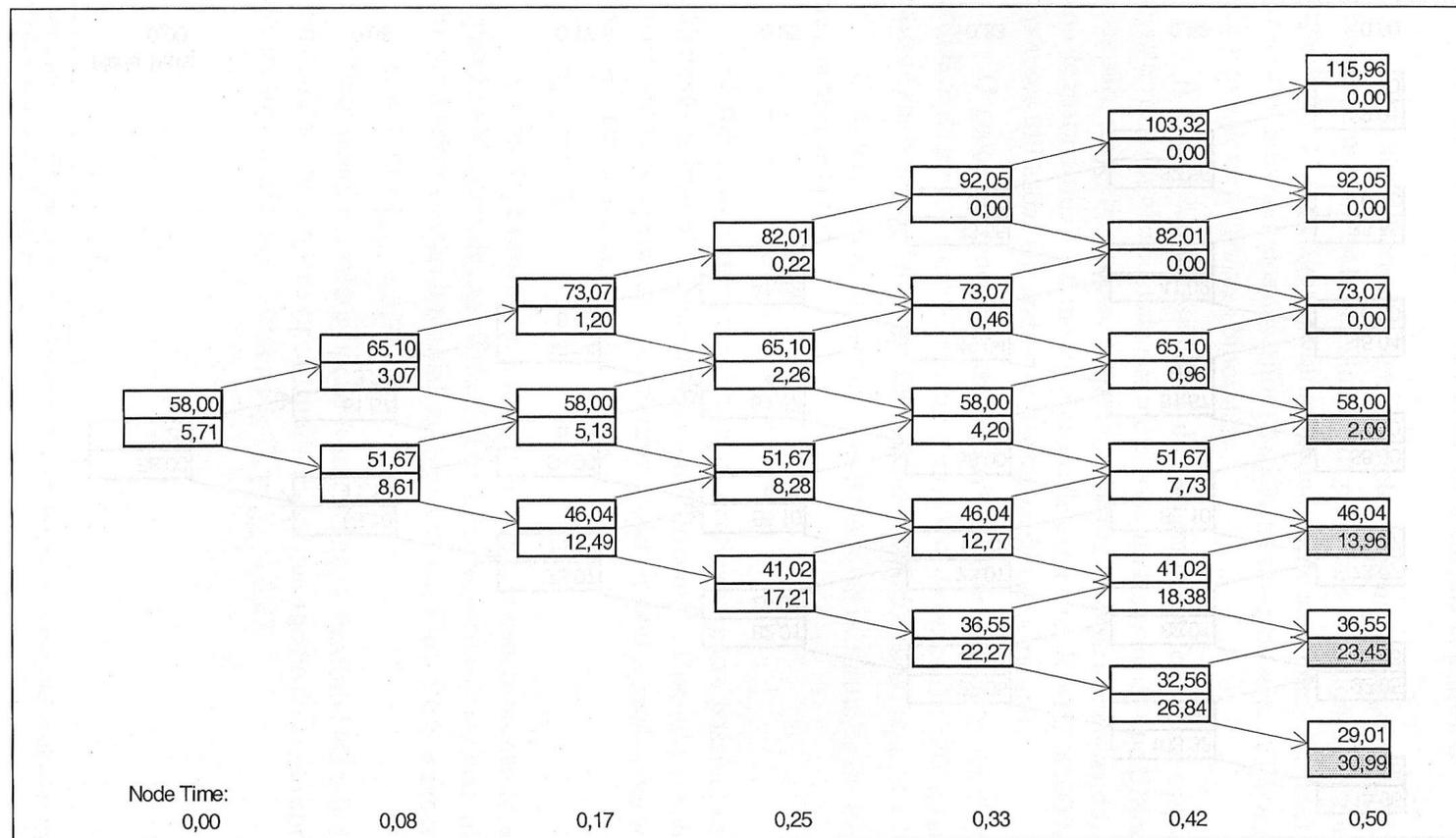
Fig. 5. Opção de compra européia.



Fonte: Elaboração própria, com O software DerivaGem [11]

Legenda: Em cada nó, a célula superior apresenta o valor da ação e a inferior o valor da opção; nas células sombreadas o valor da opção é igual ao ganho de exercê-la.

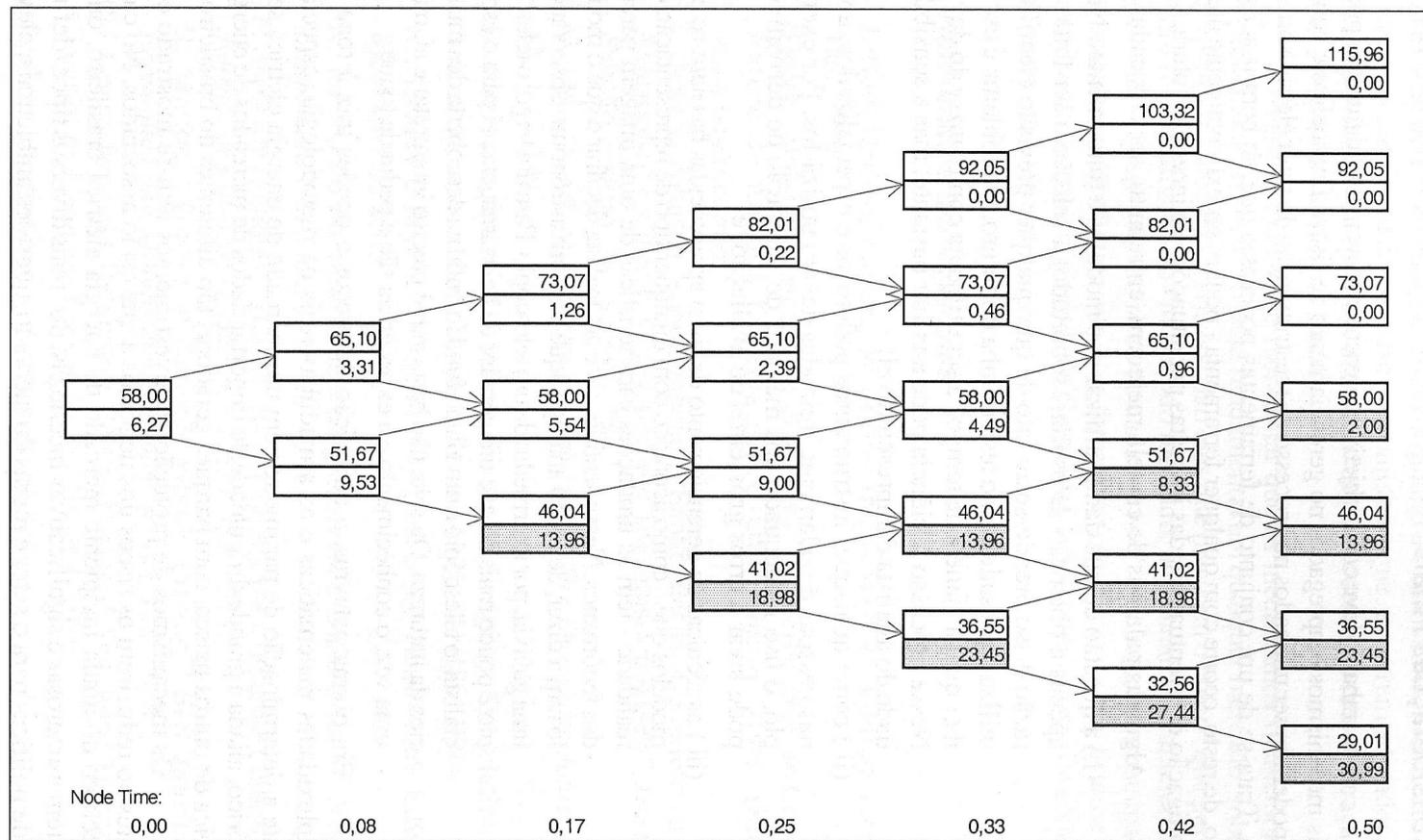
Fig. 6. Opção de venda européia.



Fonte: Elaboração própria, com o software DerivaGem [11]

Legenda: Em cada nó, a célula superior apresenta o valor da ação e a inferior o valor da opção; nas células sombreadas o valor da opção é igual ao ganho de exercê-la.

Fig. 7. Opção de venda americana.



Fonte: Elaboração própria, com o software DerivaGem [11]

Legenda: Em cada nó, a célula superior apresenta o valor da ação e a inferior o valor da opção; nas células sombreadas o valor da opção é igual ao ganho de exercê-la.

## 6. Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo apresentar brevemente alguns dos principais mecanismos empregados no gerenciamento de riscos financeiros e como eles poderiam ser utilizados no processo de reestruturação do setor elétrico brasileiro. Trata-se de um conjunto de ferramentas poderosas que, se bem usadas como, de resto, ocorre com qualquer ferramenta - podem ser extremamente úteis na mitigação de eventuais perdas impostas por situações de incerteza futura.

Algumas palavras de cautela merecem, entretanto, ser colocadas:

(i.) a questão de que dados utilizar nos modelos é fundamental. Não apenas a obtenção deles, mas, sobretudo, a seleção a ser feita. A razão disso prende-se ao fato de que qualquer previsão científica utiliza o passado como testemunha do futuro. O problema é escolher qual a "janela de tempo" a ser utilizada como proxy do devir. Nesse processo, a ciência pode auxiliar bastante, mas a sensibilidade do analista é imprescindível;

(ii.) como quaisquer instrumentos poderosos e especializados, apenas pessoas devidamente treinadas devem utilizá-los. Por exemplo, o uso inadequado dos métodos de valoração de derivativos pode levar a erros grosseiros de avaliação; e

(iii.) as técnicas de gerenciamento de risco apresentadas baseiam-se em modelos que - como acontece com qualquer tipo de representação da realidade - têm as limitações características de uma imagem parcial dos fenômenos. Nesse sentido, cabe ao analista decifrar o que o modelo tem a dizer, de modo análogo àquele de um astrônomo observando uma galáxia, por intermédio de um telescópio. Para um leigo, o telescópio é pouco mais do que um gerador de belas imagens; já para o especialista, O telescópio é um aliado fundamental na descoberta dos mistérios da natureza. Ou seja, não basta ver, é preciso interpretar e aí, mais uma vez, o conhecimento e a experiência são a pedra de toque.

Em outras palavras, a atribuição de preços a opções traz à tona as complexidades matemáticas e as armadilhas reais da metodologia, especialmente a determinação de parâmetros em um mercado de energia elétrica sem histórico, aliada à grande dificuldade de importar dados de mercados de energia elétrica de outros países, com parques geradores tão diferentes do brasileiro.

Os mecanismos de proteção de investimentos têm-se mostrado eficientes ao reduzirem os riscos dos negócios a que estão associados. No caso específico do ainda incipiente mercado de energia elétrica brasileiro, onde existem numerosas e significativas incertezas, dos mais diversos tipos (definição de políticas para o setor e regras do mercado, questões ambientais, eleva do risco de déficit de energia, dúvidas quanto à expansão da oferta, etc.), há uma crescente demanda por esses mecanismos que, ao serem adotados, poderão contribuir para que haja mais solidez no processo de reestruturação do setor de energia elétrica no Brasil.

Nesse sentido, cabe mencionar que os mecanismos financeiros de gerenciamento de risco são peça fundamental em qualquer mercado, sobretudo aqueles eivados de incertezas. São eles que provêem o "óleo" que permite o bom funcionamento do "motor" do mercado, adequando as características de aversão e propensão ao risco de cada player<sup>18</sup>. Por isso, as preocupações em entender o funcionamento e as formas de regulação de um sistema descentralizado de compra e venda de eletricidade não podem deixar de considerar esses mecanismos.

---

18

## 7. Referências bibliográficas

- [1] J. Hull, Options, Futures, and Other Derivatives, 4th. Edition, Prentice Hall, 1999.
  - [2] BM&F - Bolsa de Mercadorias & Futuros, "Especificações do Contrato Futuro de Energia Elétrica (SE/C-O)". minuta, 2001. ([http:// www.bm&f.com.br](http://www.bm&f.com.br)).
  - [3] S. Deng, B. Johnson, A. Sogomonian, "Exotic Electricity Options and the Valuation of Electricity Generation and Transmission Assets", Decision Support Systems 30, 383-392, 2001.
  - [4] M. Hsu, "Spark Spread Options are Hot!", The Electricity Journal, 11 (2), 1-12, 1998.
  - [5] D. Shimko, "Options on Futures Spreads: Hedging, Speculation and Valuation", Journal of Future Markets 14 (2), 141-183, 1994.
  - [6] R. Brealey e Myers, Principles of Corporate Finance, 6th Edition, McGraw-Hill, 2000.
  - [7] K. Ito, "On a Formula Concerning Stochastic Differentials", Nagoya Mathematics Journal, 3, 55-68, 1951.
  - [8] F. Black e M. Scholes, "The Pricing of Options and Corporate Liabilities", Journal of Political Economy, 81, 637-659, 1973.
  - [9] R. Merton, "Theory of Rational Option Pricing", Bell Journal of Economics and Management Science, 4, 141-183, 1973.
  - [10] J. Cox, S. Ross e M. Rubinstein, "Option Pricing: A Simplified Approach", Journal of Financial Economics, 7, 229-263, 1979.
- DerivaGem, <http://www.mgmt.utoronto.ca/~hull>